

KONTEKSTUALISASI BILANGAN BULAT

Sepriyati¹, Dyah Wahyu Setianingrum²

^{1,2}Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Purwokerto

¹sepriyati01@gmail.com, ²dyahwahyusetianingrum@gmail.com

Abstrak

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan cacah dan bilangan negatifnya. Operasi hitung bilangan bulat yang dibahas disini yaitu operasi penjumlahan bilangan bulat, operasi pengurangan bilangan bulat, operasi perkalian bilangan bulat dan operasi pembagian bilangan bulat. Dalam mempelajari bilangan bulat membutuhkan hal-hal kontekstual. Kontekstualisasi bilangan bulat bertujuan untuk memberikan gambaran konkrit sehingga nantinya dapat menemukan konsep bilangan bulat. Karena bilangan bulat merupakan konsep dasar pada matematika yang harus dikuasai. Kontekstualisasi bilangan bulat yang dibahas disini diantaranya yaitu penerapan pada termometer untuk mengukur suhu suatu zat. Penerapan pada seleksi penerimaan mahasiswa baru untuk pedoman penskoran. Penerapan pada kapal selam untuk mengetahui tingkat kedalaman laut.

Kata kunci : operasi hitung, konsep, kontekstualisasi.

A. PENDAHULUAN

I. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan suatu mata pelajaran yang berperan penting dalam pendidikan. Peranan penting dalam bidang pendidikan menyebabkan matematika dipelajari diberbagai jenjang pendidikan. Peranan penting ini dikarenakan matematika merupakan mata pelajaran yang mendukung perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Konsep dalam matematika akan mudah dipahami jika bersifat konkret. Dalam matematika terdapat banyak pokok bahasan, salah satu pokok bahasan yang paling dasar adalah bilangan bulat.

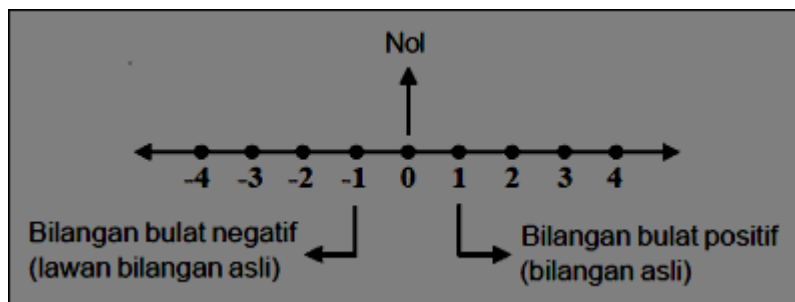
Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan cacah dan bilangan negatifnya. Penguasaan konsep bilangan bulat sangat penting kedudukannya, karena bilangan bulat merupakan konsep dasar. Konsep bilangan negatif dan operasi bilangan bulat berisi konsep yang sulit (Ardahan & Ersoy, 1997; 1998; Altinok, Kesan & Yilmaz, 2005; Bishop, Lamb, Philipp, Whitacre, Schappelle & Lewis, 2014; Kinach, 2002; Vlais, 2001). Dan apabila konsep bilangan bulat tidak dikuasai, maka akan menimbulkan kesulitan pada materi-materi lain. Konsep bilangan bulat dan operasi bilangan bulat (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian) banyak digunakan dalam permasalahan matematika maupun permasalahan sehari-hari. Untuk dapat memahami konsep bilangan bulat diperlukan kemampuan generalisasi serta abstraksi yang cukup tinggi. Proses abstraksi membutuhkan gambaran real. Oleh karena itu, maka dibutuhkan berbagai contoh kontekstual dalam pokok bahasan bilangan bulat. Selain untuk membantu proses abstraksi siswa, hal ini bertujuan agar nantinya siswa dapat mengaplikasikan konsep bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari, baik untuk menyelesaikan masalah, maupun untuk mengembangkan suatu hal yang baru.

II. KAJIAN PUSTAKA

1. Pengertian Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan cacah dan bilangan negatifnya. Sedangkan bilangan cacah adalah bilangan yang dimulai dari angka $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ (Maksud dari titik-titik adalah dan seterusnya sampai tak terhingga). Negatif dari bilangan cacah adalah

$-1, -2, -3, -4, \dots$ mengapa -0 tidak dituliskan? Karena $-0 = 0$ jadi tidak dituliskan sebagai negatif bilangan cacah.



Gambar 1. Bilangan bulat

Jadi dapat disimpulkan bahwa komponen dari bilangan bulat adalah $\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots$ dari pengertian tersebut dapat kita simpulkan bahwa bilangan bulat merupakan semua bilangan baik itu **negatif** atau **positif** termasuk juga nol dan nilai bilangan semakin kekiri maka bilangan itu semakin kecil dan sebaliknya jika semakin kekanan maka bilangan itu semakin besar. Tapi ingat **pecahan** tidak termasuk dalam bilangan bulat.

a) Lambang Bilangan Bulat

Bilangan bulat dilambangkan dengan huruf “Z” (seperti gambar diatas) yang berasal dari bahasa jerman ‘Zahlen’ yang artinya ‘Bilangan’.

b) Anggota Bilangan Bulat

Bilangan bulat terdiri dari **tiga jenis anggota**. Anggotanya antara lain :

- Bilangan Bulat Positif
Bilangan bulat positif adalah bilangan bulat yang letaknya berada di sebelah kanan 0 (nol) pada garis bilangan bulat. Jadi 1, 2, 3, 4, \dots merupakan bilangan bulat positif.
- Bilangan Bulat Negatif
Bilangan bulat negatif adalah bilangan yang letaknya berada di sebelah kiri 0(nol) pada garis bilangan. Jadi -1, -2, -3, -4, \dots merupakan bilangan bulat negatif.
- 0 (Nol)
Nol tidak termasuk anggota bilangan bulat positif dan negatif. Dia berdiri sendiri. Sehingga anggota bilangan bulat adalah bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif.

c) Sifat-sifat Bilangan Bulat

Menurut Muh. Arif Tiro dkk (Teori Bilangan, 2008:111) mengatakan bahwa Sifat dasar bilangan bulat dimulai dengan definisi, karena definisi adalah cara formal untuk menjelaskan suatu pengertian dalam matematika. Jika n bilangan bulat, maka $-n$ didefinisikan tunggal sehingga $n + (-n) = (-n) + n = 0$.

Himpunan bilangan bulat adalah gabungan dari himpunan bilangan cacah dan himpunan bilangan asli sehingga untuk setiap bilangan bulat n berlaku sifat $n + (-n) = (-n) + n = 0$.

Sifat yang berlaku dalam himpunan bilangan bulat akan dibicarakan lebih terperinci sebagai berikut :

- Sifat Tertutup
Sifat tertutup terhadap penjumlahan ada dengan tunggal yakni untuk setiap a dan b di dalam Z maka $(a + b)$ juga di dalam Z . Sifat tertutup terhadap perkalian ada dengan tunggal, yakni untuk setiap a dan b didalam Z maka $a \times b$ juga ada di dalam Z .
- Sifat Komutatif
Sifat komutatif penjumlahan yaitu untuk setiap a dan b didalam Z berlaku $a + b = b + a$. Sifat komutatif perkalian yaitu untuk setiap bilangan bulat a dan b berlaku $a \times b = b \times a$

a.

- Sifat Asosiatif
Sifat asosiatif terhadap penjumlahan yaitu untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c berlaku sifat $(a+b)+c=a+(b+c)$. Sifat asosiatif terhadap perkalian yaitu untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c berlaku $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.
- Sifat Distributif
Sifat distributif kiri perkalian terhadap penjumlahan, yaitu untuk sebarang bilangan bulat a , b dan c berlaku sifat $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$. Sifat distributive kanan perkalian terhadap penjumlahan yaitu untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c berlaku sifat $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$.
- Unsur Identitas Penjumlahan
Untuk setiap bilangan bulat a , selalu berlaku $a + 0 = 0 + a = a$ sehingga 0 disebut unsur identitas penjumlahan.
- Unsur identitas perkalian
Untuk setiap bilangan bulat a , ada dengan tunggal bilangan bulat 1 sehingga $a \times 1 = 1$ dan $1 \times a = a$ sehingga 1 disebut unsur identitas perkalian.

Sifat kesamaan bilangan bulat sebagai berikut :

- Refleksi yaitu setiap bilangan bulat a berlaku $a = a$
- Simetris yaitu jika $a = b$ maka $b = a$ untuk sebarang bilangan bulat a dan b
- Transitif yaitu jika $a = b$ dan $b = c$ maka $a = c$ untuk sebarang bilangan bulat a , b , dan c .
- Substitusi, yaitu jika $a = b$, maka dapat disubstitusi untuk a , dalam suatu pernyataan tanpa merubah nilai dari pernyataan tersebut.

a) Operasi Bilangan Bulat

Penjumlahan Bilangan Bulat

Bentuk-bentuk operasi penjumlahan bilangan bulat mencakup :

- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.
- Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- Penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat :

- Sifat Asosiatif : $(a + b) + c = a + (b + c)$
Contoh : $(5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4) = 12$
- Sifat Komutatif : $a + b = b + a$
Contoh : $7 + 2 = 2 + 7 = 9$
- Unsur Identitas terhadap penjumlahan
Bilangan Nol (0) disebut unsur identitas atau netral terhadap penjumlahan $a + 0 = 0 + a$
Contoh : $6 + 0 = 0 + 6$
- Unsur invers terhadap penjumlahan
Invers jumlah (lawan) dari a adalah $-a$
Invers jumlah (lawan) dari $-a$ adalah a
 $a + (-a) = (-a) + a$
Contoh : $5 + (-5) = (-5) + 5 = 0$
- Bersifat Tertutup
Apabila dua buah bilangan bulat ditambahkan maka hasilnya adalah bilangan bulat juga.
 a dan b bilangan bulat maka $a + b = c$; c bilangan bulat.
Contoh : $4 + 5 = 9$; $4,5,9$ bilangan bulat.

Teorema penjumlahan bilangan bulat :

- Jika a , b , dan c anggota himpunan bilangan bulat Z , dan $a = b$ maka

$$a + c = b + c$$

Bukti :

Ambil a , b , dan c anggota Z

$$(a + c) \in Z \quad (\text{sifat tertutup})$$

$$(a + c) = (a + c) \quad (\text{sifat refleksi})$$

$$a = b \quad (\text{diberikan})$$

$$(a + c) = (b + c) \quad (\text{substitusi, 3 ke 2})$$

- Jika a , b , dan c anggota dari himpunan bilangan bulat Z , dan $a + c = b + c$ maka $a = b$

Bukti :

ambil a , b , dan c di Z

$$1). (a + c) \in Z \quad \text{sifat tertutup}$$

$$2). a + c = b + c \quad \text{diberikan}$$

$$3). -c \in Z \quad \text{Invers tambahan}$$

$$4). (a+c) + (-c) = b + (c + (-c))$$

$$5). a + (c + (-c)) = b + (c + (-c))$$

$$6). c + (-c) = 0$$

$$7). a + 0 = b + 0$$

$$8). a+0=a \quad \text{dan} \quad b+0=b$$

$$9). a = b$$

Teorema diatas biasanya dikenal dengan sifat penghapusan dari penjumlahan

Bukti bahwa $(-a) + (-b) = -(a + b)$

Misalkan a dan b bilangan – bilangan cacah, maka $(-a) + (-b)$ merupakan jumlah dua bilangan negatif. Misal $(-a) + (-b) = c$ maka $c = (-a) + (-b)$.

$$c + b = ((-a) + (-b)) + b \quad \text{sifat kesamaan}$$

$$c + b = (-a) + ((-b) + b) \quad \text{sifat asosiatif penjumlahan}$$

$$c + b = (-a) + 0 \quad \text{invers penjumlahan}$$

$$(c + b) + a = (-a) + a \quad \text{sifat kesamaan}$$

$$(c + b) + a = 0 \quad \text{invers penjumlahan}$$

$$c + (b + a) = 0 \quad \text{sifat asosiatif penjumlahan}$$

$$c + (a + b) = 0 \quad \text{sifat komutatif penjumlahan}$$

$$(c + (a + b)) + (-(a + b)) = -(a + b) \quad \text{sifat kesamaan}$$

$$c + ((a + b) + (-(a + b))) = -(a + b) \quad \text{sifat asosiatif}$$

$$c + 0 = -(a + b) \quad \text{invers penjumlahan}$$

$$\text{Jadi kesimpulannya } (-a) + (-b) = -(a + b)$$

Pengurangan Bilangan Bulat

Bentuk-bentuk operasi pengurangan bilangan bulat mencakup :

- Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.
- Pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- Pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Sifat-sifat pengurangan bilangan bulat

Secara lengkap sifat-sifat pengurangan bilangan bulat adalah sebagai berikut :

- Untuk sembarang bilangan bulat berlaku :

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + b$$

Contoh:

$$8 - 5 = 8 + (-5) = 3$$

$$7 - (-4) = 7 + 4 = 11$$

- Sifat Komutatif dan asosiatif tidak berlaku

$$a - b \neq b - a$$

$$(a - b) - c \neq a - (b - c)$$

Contoh :

$$7 - 3 \neq 3 - 7 \rightarrow 4 \neq -4$$

$$(9 - 4) - 3 \neq 9 - (4 - 3) \rightarrow 2 \neq 8$$

- Pengurangan bilangan nol mempunyai sifat :

$$a - 0 = a \text{ dan } 0 - a = -a$$

- Bersifat tertutup, yaitu bila dua buah bilangan bulat dikurangkan hasilnya adalah bilangan bulat juga : a dan b ∈ bilangan bulat maka a - b = c ; c ∈ bilangan bulat.

Contoh :

$$7 - 8 = -1 \rightarrow 7, 8, -1 \in \text{bilangan bulat}$$

Teorema pengurangan bilangan bulat :

- $a - (-b) = a + b$ untuk sebarang bilangan bulat a dan b

Bukti ;

ambil bilangan bulat a dan b

$$a - (-b) = a + (-(-b)) \quad \text{defenisi pngurangan}$$

$$= a + b \quad \text{teorema penjumlahan}$$

- $a - b = (a - c) - (b - c)$ untuk sebarang bilangan bulat a, b, c.

bukti :

ambil sebarang bilangan bulat a, b, dan c

$a - b$	$= a + (-b)$	Defenisi Pengurangan
	$= ((a + (-b)) + 0$	Identitas Tambahan
	$= a + (-) + c + (-c)$	Invers Tambahan
	$= (a + (-c)) + ((-b) + c)$	Asosiatif Tambah
	$= (a + (-c)) + ((-b) + (-(-c)))$	Teorema Penjumlahan
	$= (a + (-c)) + (-b + (-c))$	Teorema Penjumlahan
	$= (a-c) - (b + (-c))$	Defenisi pengurangan
	$= (a-c) - (b-c)$	Defenisi pengurangan

Perkalian Bilangan Bulat

Bentuk-bentuk operasi perkalian bilangan bulat mencakup :

- Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.
- Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Sifat-sifat Perkalian Bilangan Bulat

- Untuk sembarang bilangan bulat berlaku :

$a \times b = ab \rightarrow$ hasil perkalian dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat positif.

Contoh: $7 \times 6 = 6 \times 7 = 42$

$a \times -b = -ab \rightarrow$ hasil pekalian bilangan bulat positif dan negatif hasilnya adalah bilangan bulat negatif.

Contoh : $3 \times -4 = -12$

$-a \times -b = ab \rightarrow$ hasil perkalian dua bilangan negatif adalah bilangan bulat positif.

Contoh : $-4 \times -5 = 20$

- Sifat Asosiatif : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Contoh: $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4) = 24$

- Sifat Komutatif : $a \times b = b \times a$

Contoh : $5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$

- Sifat Distributif : $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$

Contoh : $3 \times (2+6) = (3 \times 2) + (3 \times 6) = 24$

- Unsur Identitas Untuk Perkalian

Hasil perkalian bilangan bulat dengan nol hasilnya adalah bilangan nol : $a \times 0 = 0$

Hasil perkalian bilangan bulat dengan 1 hasilnya adalah bilangan bulat itu juga : $a \times 1 = 1 \times a = a$

- Bersifat Tertutup

Jika dua bilangan bulat dikalikan maka hasilnya adalah bilangan bulat juga $a \times b = c$; $a, b, c \in$ bilangan bulat

Teorema Perkalian Bilangan Bulat :

- Jika a, b , dan c anggota himpunan bilangan bulat Z dan $a = b$ maka $a \times c = b \times c$

Bukti :

ambil a, b , dan c di Z

1. $(a \times c) \in Z$ sifat tertutup
2. $a \times c = a \times c$ sifat refleksi
3. $a = b$ diberikan
4. $a \times c = b \times c$ substitusi 3 ke 2

- Jika a, b , dan c anggota himpunan bilangan bulat Z maka $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

Bukti :

Ambil a, b , dan c di Z

1. $(a + b) \times c \in Z$
2. $(a + b) \times c = c \times (a + b)$
3. $c \times (a + b) = (c \times a) + (c \times b)$
4. $(c \times a) = (a \times c)$ dan $((c \times b) = (b \times c))$
5. $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

- Jika a anggota bilangan bulat Z maka $a \times 0 = 0$ dan $0 \times a = 0$

Bukti :

Ambil a, b , dan c di Z .

- 1). $a = a$
- 2). $0 = 0 + 0$
- 3). $a \times 0 = a \times (0 + 0)$
- 4). $a \times 0 = (a \times 0) + (a \times 0)$
- 5). $0 + (a \times 0) = (a \times 0)$
- 6). $0 + (a \times 0) = (a \times 0) + (a \times 0)$
- 7). $0 = (a \times 0)$
- 8). $(a \times 0) = 0$
- 9). $(0 \times a) = 0$

Berikut akan diperlihatkan bagaimana memberi makna perkalian dua bilangan bulat yang satu negatif dan lainnya positif. Misalkan a dan b adalah bilangan cacah, maka a bilangan bulat positif dan $(-b)$ bilangan bulat negatif. Akan diperlihatkan bahwa $a \times (-b) = -(a \times b)$.

Bukti :

1. $a \times (b + (-b)) = a \times 0$
2. $(a \times b) + (a \times (-b)) = 0$
3. $(a \times (-b)) + (a \times b) = 0$
4. $((a \times (-b)) + (a \times b)) + (-(a \times b)) = 0 + (-(a \times b))$
5. $(a \times (-b)) + ((a \times b) + (-(a \times b))) = -(a \times b)$
6. $a \times (-b) + 0 = -(a \times b)$
7. $a \times (-b) = -(a \times b)$

Mengingat sifat komutatif pada perkalian bilangan bulat, maka :

8. $(-a) \times b = b \times (-a)$
9. $= -(b \times a)$

$$10. = -(a \times b)$$

- Buktikan bahwa $(-a)(b + (-c)) = ac - ab$.

Bukti :

$$(-a)(b + (-c))$$

$$= (-a)(b) + (-a)(-c) \text{ sifat distributif perkalian penjumlahan}$$

$$= (-ab) + ac \text{ perkalian bilangan bulat } (-a) \times b = -ab \text{ dan } (-a) \times (-c) = ac$$

$$= ac + (-ab) \text{ sifat komutatif perkalian}$$

$$= ac - ab \text{ penjumlahan 2 bilangan bulat (misal : } a + (-b) = a - b)$$

Jadi terbukti bahwa $(-a)(b + (-c)) = ac - ab$.

Pembagian Bilangan Bulat

Bentuk-bentuk operasi pembagian bilangan bulat mencakup :

- Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.
- Pembagian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.
- Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif.
- Pembagian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif

Sifat-sifat pembagian bilangan bulat :

Jika a , b , dan c bilangan bulat dengan $b \neq 0$, maka $a \div b = c$ jika dan hanya jika $a = b \times c$.

Hasil bagi bilangan bulat ($a \div b$) merupakan suatu bilangan bulat jika dan hanya jika a kelipatan dari b , sehingga untuk setiap bilangan bulat a dan b hasil bagi ($a \div b$) tidak selalu merupakan bilangan bulat. Karena itu, pembagian bilangan bulat tidak bersifat tertutup. Sifat-sifat pembagian bilangan bulat adalah sebagai berikut :

- Hasil bagi dua bilangan bulat positif adalah bilangan positif
 $(+) \div (+) = (+)$
 Contoh : $8 \div 2 = 4$
- Hasil bagi dua bilangan bulat negatif adalah bilangan positif
 $(-) \div (-) = (+)$
 Contoh : $-10 \div -5 = 2$
- Hasil bagi dua bilangan bulat yang berbeda adalah bilangan negatif
 $(+) \div (-) = (-)$
 $(-) \div (+) = (-)$
 Contoh : $6 \div -2 = -3$
 $-12 \div 3 = -4$
- Hasil bagi bilangan bulat dengan 0 (nol) adalah tidak terdefinisi
 $a \div 0 = \text{tidak terdefinisi } (\sim)$
 $0 \div a = 0 \text{ (nol)}$
 Contoh : \sim (Tidak terdefinisi)
- Tidak berlaku sifat komutatif dan asosiatif
 $a \div b \neq b \div a$
 $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

Teorema Pembagian Bilangan Bulat

- Mengingat bahwa $(-a) \times (b) = (a) \times (-b) = -(ab)$ dan berdasarkan definisi pembagian, kita dapat mengemukakan sifat berikut :
 1. $-(ab) \div a = (-b)$
 2. $-(ab) \div b = (-a)$
 3. $-(ab) \div (-a) = b$
 4. $-(ab) \div (-b) = a$
 Demikian pula karena $(-a) \times (-b) = a \times b$ maka:
 5. $ab \div (-a) = (-b)$
 6. $ab \div (-b) = (-a)$

- Buktikan bahwa $(-a)(b + (-c)) = ac - ab$.

Bukti :

$$(-a)(b + (-c))$$

$$= (-a)(b) + (-a)(-c) \text{ sifat distributif perkalian penjumlahan}$$

$$= (-ab) + ac \text{ perkalian bilangan bulat } (-a) \times b = -ab \text{ dan } (-a) \times (-c) = ac$$

$$= ac + (-ab) \text{ sifat komutatif perkalian}$$

$$= ac - ab \text{ penjumlahan 2 bilangan bulat (misal : } a + (-b) = a - b)$$

$$\text{Jadi terbukti bahwa } (-a)(b + (-c)) = ac - ab$$

B. PEMBAHASAN

1. Contoh Bilangan Bulat dalam Permasalahan Matematika

Bilangan bulat banyak digunakan dalam permasalahan matematika. bilangan bulat sangat penting kedudukannya, karena bilangan bulat merupakan konsep dasar, dan apabila konsep bilangan bulat tidak dikuasai, maka akan menimbulkan kesulitan pada materi-materi lain. Contoh penggunaan bilangan bulat pada permasalahan matematika diantaranya yaitu operasi hitung bilangan bulat. Misal operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian bilangan bulat.

Contoh :

- 1) $2 + 4 = \dots$
- 2) $2 + (-4) = \dots$
- 3) $(-2) + 4 = \dots$
- 4) $(-2) + (-4) = \dots$
- 5) $2 - 4 = \dots$
- 6) $2 - (-4) = \dots$
- 7) $-2 - 4 = \dots$
- 8) $-2 - (-4) = \dots$
- 9) $2 \times 4 = \dots$
- 10) $2 \times (-4) = \dots$
- 11) $(-2) \times 4 = \dots$
- 12) $(-2) \times (-4) = \dots$
- 13) $2 : 4 = \dots$
- 14) $2 : (-4) = \dots$
- 15) $(-2) : 4 = \dots$
- 16) $(-2) : (-4) = \dots$

Contoh pada soal cerita :

Pada ulangan Matematika Tika menjawab 30 pertanyaan dengan benar, 6 pertanyaan salah dan 4 pertanyaan tidak dijawab. Jika untuk setiap pertanyaan yang benar nilainya 5, pertanyaan yang salah nilainya -2 serta yang tidak dijawab nilainya -1, maka jumlah seluruh nilai yang didapat tika adalah...

Jawaban :

$$\begin{aligned} (30 \times 5) + (6 \times (-2)) + (4 \times (-1)) &= 150 + (-12) + (-4) \\ &= 150 - 12 - 4 \\ &= 134 \end{aligned}$$

Jadi, Nilai yang didapat Tika adalah 134.

2. Kontekstualisasi bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari

Bilangan bulat memiliki banyak manfaat dalam kehidupan sehari-hari. Tidak semua terapan Matematika harus menggunakan bilangan real. Aplikasi bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari misalnya:

- Plat Motor, semuanya bilangan bulat dan tidak ada plat motor yang berangka pecahan.
- Nomor telepon, nomor handphone
- Nomor rekening bank
- Nomor Induk Siswa, No.Urut dan lain-lain

Semua contoh-contoh di atas merupakan bilangan bulat. Jadi, meskipun ada himpunan bilangan yang lebih luas dari himpunan bilangan bulat, yaitu bilangan real, bilangan bulat tetap perlu digunakan dan dipelajari. Kita ingat kembali bilangan cacah yaitu : 0, 1, 2, 3, Hasil penjumlahan dua bilangan cacah adalah bilangan cacah juga. Sedangkan pada operasi pengurangan dua bilangan cacah akan muncul masalah ketika pengurangnya lebih besar dari yang dikurangi, sehingga muncullah bilangan bulat negatif. Gambaran lain untuk menunjukkan munculnya bilangan bulat negatif misalnya :

Dalam pengukuran suhu dengan termometer berskala Celsius, titik didih air adalah 100 dan titik beku air adalah 0. Untuk suhu di bawah titik beku air maka skala termometer diperpanjang ke bawah. Suhu di bawah nol ditulis -5 dan dibaca “lima derajat Celsius di bawah nol”. Untuk suhu di atas nol ditulis tanpa tanda +, sehingga suhu 32 di atas nol ditulis 32.

Berdasarkan gambaran di atas kita dapat membuat garis bilangan yang memuat bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif. Himpunan bilangan bulat positif, nol, dan himpunan bilangan bulat negatif membentuk himpunan bilangan bulat. Dalam garis bilangan bilangan bulat negatif terletak di sebelah kiri nol dan bilangan bulat positif terletak di sebelah kanan nol. Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Penjumlahan dan pengurangan dua bilangan bulat dapat digambarkan dalam cara berjalan pada garis bilangan berikut ini :

- 1) Mulai berjalan (start) pada posisi 0 dan menghadap ke kanan
- 2) Berjalan maju untuk menyatakan bilangan positif dan berjalan mundur untuk menyatakan bilangan negative.
- 3) Tetap di tempat untuk menyatakan nol.
- 4) Arah terus untuk menyatakan operasi penjumlahan (+).
- 5) Arah berbalik untuk menyatakan operasi pengurangan (-).

Contoh:

- 1) Untuk menentukan hasil penjumlahan $4 + 3$ pada garis bilangan : Mulai dari 0 menghadap ke kanan. 4 berarti maju 4 langkah + berarti terus 3 berarti maju 3 langkah maka diperoleh $4 + 3 = 7$.
- 2) Untuk menentukan hasil pengurangan $5 - (-2)$ pada garis bilangan : Mulai dari 0 menghadap ke kanan. 5 berarti maju 5 langkah - berarti berbalik arah -2 berarti mundur 2, mundur 2 langkah maka diperoleh $5 - (-2) = 7$.

Berdasarkan pengalaman di atas dapat dilakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat negatif lainnya sehingga diperoleh aturan

$$1. -a + (-b) = -(a + b)$$

$$2. -a - (-b) = -a + b$$

Banyak sekali penerapan bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari misalnya pada disiplin ilmu fisika, bidang kedokteran, pendidikan maupun bidang ekonomi. Diantaranya yaitu :

Penerapan pada Termometer

Pernahkah Anda memperhatikan termometer? Termometer adalah alat yang digunakan untuk mengukur suhu suatu zat. Pada pengukuran menggunakan termometer, untuk menyatakan suhu di bawah 0°C digunakan tanda negatif.

Selama bulan Januari suhu tertinggi di kota Berlin, Jerman 2°C di atas titik beku (0°C) dan suhu terendah 3°C di bawah titik beku. Bilangan apakah yang digunakan untuk kondisi cuaca seperti di kota Berlin? Cukupkah bilangan asli atau bilangan cacah untuk menyatakan kondisi suhu tersebut?

Perhatikanlah uraian berikut ini. Untuk suhu 2°C di atas titik beku (0°C) biasa ditulis $+2^{\circ}\text{C}$ atau 2°C , sedangkan untuk suhu 3°C di bawah titik beku (0°C) biasa ditulis -3°C .

Bilangan $+2$ dan -3 adalah contoh bilangan bulat dan berturut-turut disebut bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif ($+2$ dibaca positif 2 dan -3 dibaca negatif 3).

Penerapan pada Seleksi Penerimaan Mahasiswa Baru

Para peserta seleksi penerimaan mahasiswa baru (SPMB) pada ujian matematika ditetapkan aturan bahwa jika siswa menjawab benar suatu butir soal diberi skor 4, jika tidak menjawab diberi skor 0, dan jika menjawab salah diberi skor -1 . Misalnya, jika ada 40 soal. Kamu bisa menjawab 25 soal dan dari jawaban soal tersebut ternyata yang benar hanya 10 soal. Berapakah nilai kamu jadinya?

Dari 40 soal yang terjawab dengan benar ada 10 soal, yang terjawab salah ada 15 soal dan sisanya lagi 15 soal tidak di jawab. Jika menjawab benar di beri skor 4 maka nilai kamu untuk jawaban benar adalah $10 \times 4 = 40$, sedangkan karena kamu juga menjawab 15 soal dengan salah maka skor kamu dikurangi lagi (menjawab soal salah diberi skor -1) $15 \times (-1) = -15$. Untuk tidak menjawab soal diberi skor 0 (nol) jadi untuk tidak menjawab soal adalah $15 \times 0 = 0$. Jadi skor totalnya adalah skor menjawab benar + skor menjawab salah + skor tidak menjawab: $40 + (-15) + 0 = 25$

Penerapan pada Kapal Selam



Gambar 2. Kapal selam

Selain digunakan pada termometer dan tes ujian SPMB, bilangan bulat juga digunakan pada kapal selam. Kapal selam digunakan untuk kepentingan penjagaan, perang, dan operasi-operasi penyelamatan.

Oleh karena itu, para penyelam dan kapten kapal selam perlu mengetahui tingkat kedalaman laut. Jika permukaan **air** laut dinyatakan 0 meter maka tinggi di atas permukaan laut dinyatakan dengan bilangan positif dan kedalaman di bawah permukaan laut dinyatakan dengan bilangan negatif. Misalnya, kedalaman 10 m di bawah permukaan laut ditulis -10 m.

3. Permasalahan Real Bilangan Bulat

Penggunaan operasi bilangan bulat bagi Ibu Rumah Tangga

Manfaat operasi bilangan bulat bagi Ibu Rumah Tangga adalah untuk manajemen pengeluaran setiap bulannya, uang saku anak, dan uang sekolah anak.

Contoh manajemen uang bagi Ibu Rumah Tangga :

Seorang Ibu setiap bulan mendapat gaji sebesar Rp 2.500.000,00. Ia diberi uang tambahan dari suaminya sebesar Rp 3.000.000,00 per bulan. Dibutuhkan Rp 1.000.000,00 untuk uang belanja per bulan. Uang kesehatan Rp 500.000,00 dan 1.000.000,00 untuk di tabung. Sisanya digunakan untuk keperluan uang sekolah dari ke-3 anaknya. Sang Ibu bingung, berapa uang sakuperorangan yang harus ia berikan untuk ketiga anaknya dalam seminggu. Jika sang Ibu itu sedikit memahami Matematika maka tentunya beliau dapat menentukan uang saku tersebut secara tepat, tapi jika tidak memahami sama sekali. kira-kira apa yang terjadi ya...?

cara mengerjakannya dengan menggunakan operasi bilangan bulat:

Pertama kita harus menghitung dulu sisa uang itu berapa?

$$(2.500.000,00+3.000.000,00) = 1.000.000,00 + 500.000,00 + 1.000.000,00 + \text{sisa}$$

$$5.500.000,00 = 2.500.000,00 + \text{sisa}$$

$$\text{Maka sisa} = 5.500.000,00 - 2.500.000,00 = 3.000.000,00$$

Berarti keperluan uang sekolah ketiga anaknya adalah Rp.3.000.000,00

Sekarang kita hitung uang saku ketiga anaknya dalam seminggu.!

Kita anggap satu minggu sebagai q .

Karena ada 3 anak maka masing-masing anak akan memperoleh uang saku sebagai berikut:

$$3 \times (4q) = 3.000.000,00$$

$$12q = 3.000.000,00$$

$$q = 3.000.000,00 : 12 = 250.000,00$$

Jadi, uang saku setiap anak dalam seminggu adalah Rp.250.000,00. Jika ananda mau mencari uang saku anak dalam sehari tinggal di bagi saja dengan 7 karena 1 minggu ada 7 hari.

Penggunaan operasi bilangan bulat bagi para Pedagang.

Operasi bilangan bulat dapat membantu pedagang untuk menghitung besar kecil keuntungan atau kerugian yang dapat diperolehnya, dan dapat menentukan besar modal yang dibutuhkan. Contoh penerapan dalam kehidupan pedagang adalah sebagai berikut:

Seorang pedagang buah membeli 10 kg Apel dengan harga Rp.20.000,00/kg. Dengan 10 kg apel tersebut beliau ingin menjual kembali dengan keuntungan sebesar Rp.100.000,00. Maka berapakah harga jualnya/kg nya? Jika pedagang itu pandai Matematika, pasti akan mudah mengetahuinya, sebaliknya, jika tidak, apa yang akan terjadi? Bisa dibayangkan sendiri segala kemungkinan yang akan terjadi dalam angan masing-masing.

Cara mengerjakan menggunakan sistem operasi bilangan bulat:

$$\text{Untung} = \text{Harga jual} - \text{harga beli}$$

$$100.000,00 = \text{Harga jual} - 10 \times 20.000,000$$

$$\text{Harga jual} = 100.000,00 + 200.000,00$$

$$\text{Harga jual} = 300.000,00$$

$$\text{Harga jual/kg} = 300.000,00 : 10 = 30.000,00$$

Jadi, harga jual yang bisa diterapkan agar keuntungan yang diperoleh Rp.100.000,00 adalah sebesar Rp.30.000,00/kg.

C. SIMPULAN

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan cacah dan bilangan negatifnya. Bilangan bulat merupakan konsep dasar yang harus dikuasai agar tidak menimbulkan kesulitan pada materi-materi lain. Bilangan bulat banyak digunakan pada permasalahan matematika maupun permasalahan sehari-hari. Dalam menjalankan kehidupan sehari-hari kita tidak terlepas dari bilangan bulat dan operasi bilangan bulat, baik dilingkungan sekolah, masyarakat maupun keluarga. baik untuk menyelesaikan masalah, maupun untuk mengembangkan suatu hal yang

baru.

Bilangan bulat banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari baik dalam bidang fisika, bidang kedokteran maupun bidang ekonomi, diantaranya yaitu penerapan pada termometer untuk mengukur suhu suatu zat, penerapan pada seleksi penerimaan mahasiswa baru untuk penskoran, penerapan pada kapal selam untuk mengetahui tingkat kedalaman laut.

DAFTAR PUSTAKA

- Ural-Alattin. (2016). 7th Grade Students' Understanding of Negative Integer. *Journal of Studies In Education*, Vol.6 No.2 Tahun 2016. 171-175
- Eliana-Neneng. (2016). Peningkatan Hasil Belajar Matematika Materi Operasi Penjumlahan Bilangan Bulat Melalui Permainan Lompat Henti. *Jurnal Pendidikan Dasar*, Vol.7 Tahun 2016. 92-94
- Mulyani-Sri. (2012). Pembelajaran Matematika dengan Alat Peraga Papan Berpasangan. *E-jurnal Pendidikan Kota Surabaya*. (5). 1-11
- Abdulkhamid, Ali. (2011). *Bilangan Bulat*. Diakses pada 12 Februari 2018, dari alamat <http://matematikasmp-alid.blogspot.com/2011/02/bilangan-bulat.html>
- Wijaya, Ariyadi. (2012). *Pendidikan Matematika Realistik : Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu